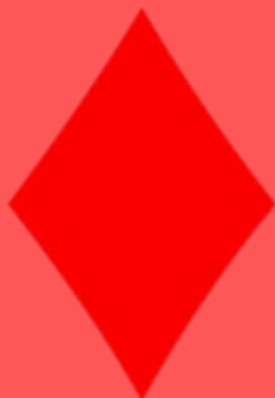


CAMPUS CANGUR 2024

Unes colònies matemàtiques

Associació eXplorium



El Campus Cangur 2024 ha consistit en una estada a Boingwards, la gran universitat de màgia d'estiu! Tot semblava que anaven a ser ben tranquil, però l'atac dels pandes ens va posar en problemes. Sortosament, un seguit d'aventures matemàtiques ens van permetre solucionar la situació! Les aventures ens van dur a treballar els grafs, el principi de Gilbreath, diferents sistemes de numeració, el centre de masses de punts i de figures, els vectors i molt més!

Les colònies han estat ideades per un equip d'educadors i matemàtics amb el consell de diversos consultors del camp de la matemàgia així com amb la força que ens dona haver participat del MAGMA, el congrés d'educació matemàtica amb màgia celebrat aquest any.

El campus ha estat tot un èxit i amb molt d'orgull ens disposem a detallar-lo hora a hora!

Primer dia

Arribem a la casa i comencem a conèixer-nos fent conjunts cada vegada més grans amb les cartes del joc del SET i descobrint similituds i diferències entre nosaltres. Tot seguit, reforcem les nostres connexions començant a descobrir els grafs de l'amistat... i n'hi ha molts! Primer repte: sou un grup de 4 persones que podeu conèixer-vos o no. Dues persones unides per una corda es coneixen. Dues persones amb cap corda entre elles no es coneixen. Sereu capaços i capaces d'ajuntar-vos amb les cordes de manera que no hi hagi 3 de vosaltres que us conegueu tots amb tots, ni 3 de vosaltres que no us conegueu cap amb cap? Ho provem i ho aconseguim! I amb 5 persones? Ho aconseguim! I amb 6? Després de molta estona provant introduïm un segon color de corda que simbolitza que dues persones no es coneixen i això comença a desencadenar una demostració d'impossibilitat! Quina bellesa tenen les demostracions i quina tranquil·litat donen. Resulta que entre 6 persones sempre n'hi ha almenys 3 que no es coneixen o 3 que es coneixen totes amb totes; el teorema de l'amistat.



Nou repte, ara us heu d'unir de tal manera que amb tothom tingueu un i només un amic en comú. Una tasca aparentment complexa! Comencem a provar... i sent metòdics descobrim que només hi ha una manera de fer-ho. Es tracta del graf de l'amistat o graf del molí de vent holandès! Tot de parelles que es coneixen mútuament i que alhora coneixen a una tercera persona... que tothom coneix!

Resulta que la condició que havíem imposat només es pot aconseguir per una quantitat imparell de persones i que, a més a més, sempre hi ha algú que coneix a tothom. Preciós!

Ara que ja ens hem conegut personalment i matemàticament, ens disposem a berenar i a parlar del funcionament de les colònies fins que de sobte arriben els professors i professores de màgia: l'Albus Doubleboing (un cangur), el Menta i la Lista, Professor X, els bessons Bing i Boing Wesley i altres!



Arriben cantant l'himne de Boingwards, la universitat de màgia d'estiu a la que ens donen la benvinguda.

Només començar, l'Albus Doubleboing, també conegut com a Boing Boing, fa un ritual per descobrir l'ànima màgica de cadascú. Es tracta d'un efecte màgic en què tothom pot prendre moltes decisions diferents i, tanmateix, a tothom li funciona la màgia! Un primer truc que comença a despertar el cuquet de la curiositat: què aprendrem aquí?!

Ara arriba l'hora de fer el primer partit de Morritch, l'esport oficial de Boingwards, una barreja entre la Morra i el Quidditch. La Morra és un joc tradicional que molts consideren el joc matemàtic més antic i consisteix a predir sumes a tota velocitat i el barregem amb un joc de volar i correr com és el Quidditch. Els participants no ho saben, però s'estan preparant per a unes proves que succeiran l'endemà.

Arriba la nit i després de sopar ens anàvem a posar a jugar a un innocent joc senzillet fins que... oh no! Han vingut els malvats pandes i han creat una bombolla de quasicristalls quasiindestructibles tot al voltant de Boingwards perquè mai més cap canguret pugui aprendre matemàgia! Haurem d'aconseguir destruir-la i el primer element per fer el gran encanteri està darrere una portaprotegida per un terrible tigre. Podrem adormir-lo per



passar? Ens enfrontem a proves de lògica, pensament computacional, geometria i més per aconseguir uns codis llarguíssims que sembla que els mags saben de memòria... Però no pot ser que tinguin tanta memòria! Ha d'haver-hi algun algoritme ocult en aquests codis. També trobem una quadrícula amb un tresor amagat, sembla un buscamines, però acabem veient que funciona amb la distància del taxista! Ajuntant tot plegat resollem el misteri que ens du a obrir un sobre... amb la cançó de Bona Nit dels Pets, aquesta cançó relaxa al tigre fins a convertir-lo en un gatet. El gat

amaga una ampolla màgica i nosaltres, ja més tranquils, podem anar a dormir.

Segon dia

Bon dia! Encara amb el pijama ens posem a fer equilibris amb pals ben llargs al dit, al mentó, al front... Un despertar circense que amaga la màgia de la trigonometria: sempre és més fàcil fer equilibris centrant la mirada al punt més llunyà del pal. Gràcies, sinus!



Després d'esmorzar arriba l'esperada Copa Boingwards que d'alguna manera ens ha d'ajudar a obrir el cofre amb el segon element per l'encanteri! En aquest concurs cada equip s'enfronta a un total de 12 problemes ben enginyosos. Els problemes van canviant de puntuació segons el temps i l'actuació de cada equip. A més, no només hem de resoldre els problemes, ja que per entregar les solucions haurem de superar petites proves com la xarranca dels nombres primers, el frisbeegolf multiplicatiu o el pictionary geomètric cec! Al cap de 75 minuts... DING! Concurs acabat! Ens aplaudim tots mútuament amb les emocions matemàtiques a flor de pell i "com has fet tu aquest problema?" "El 4 era xunguissim, però molava molt!" i més! Però, i el cofre? El cofre té un cadenat de 4 xifres i unes

indicacions: sumem les puntuacions de tots els equips, les ordenem de gran a petit i les restem de petit a gran. El resultat l'ordenem de gran a petit i el restem amb el resultat ordenat de petit a gran. I així anem fent fins que... ens hem quedat atrapats al 6174! Ho provem i funciona! Com pot ser si no sabíem quina seria la puntuació de cada equip? Es tracta de la constant de Kaprekar! Pots investigar-la, és ben interessant.

Ara ja ens mereixem un bon descans refrescant, així que ens dirigim a la piscina on gaudim de l'aigua els que ens agrada l'aigua i d'un bon grapat de jocs de taula matemàtics els que preferim quedar-nos fora. Juguem al Hex, l'Ultimate Tic Tac Toe i altres. També alguns ens dediquem al joc dels pirates amb 5 persones. 5 pirates: *A*, *B*, *C*, *D* i *E* s'han de distribuir 100 monedes. *A* proposa una distribució de les monedes que és votada pels pirates (en cas d'empat, qui proposa té vot de qualitat). En cas que la proposta sigui acceptada, tot bé. En cas que no sigui acceptada, el pirata *A* és llençat a la piscina i li



toca a *B* proposar. Se segueix llençant pirates a la piscina fins que s'accepti una proposta. Si tothom fa el millor per si mateix, quina distribució de monedes es farà? La solució et sorprendrà!

Després de dinar fem un temps lliure màgic en què qui vulgui pot gaudir de trucs de màgia dels monitors o mostrar els seus propis trucs! I a la tarda fem dues grans activitats: la de Gilbreath i la del binari. Em dispenso a narrar-les:

El duo Menta i Lista reten a una parella de participants voluntaris a un joc d'endevinar el color de les cartes. Barregen 20 cartes, es queden 10 cartes i li donen les altres 10 als voluntaris. Menta i Lista comencen a mentir o dir la veritat sobre les seves cartes i els voluntaris intenten endevinar-ne el color. A continuació son Menta i Lista qui intenten endevinar. Tot està molt igualat i Menta i Lista guanyen per 1! Però no només passa això... resulta que a un sobre hi havia una predicció que deia precisament això: guanyarem per 1 a l'última ronda. Com ho han fet? El misteri està sobre la taula.



En aquest moment arriba el Boingwards Express i comencem un role play: cada persona rep una carta vermella o negra secreta, fem un tren i ens comencem a barrejar seguint unes instruccions. Sorprenentment, acabem fent unes parelles aparentment aleatòries i... cada parella té una carta vermella i una negra! Això no pot ser atzar! Comencem a investigar. Per grupets, unes fitxes de partxis, cartes i policubs són les nostres aliades per mirar de modelitzar el que ha succeït. Acabem veient que barrejant d'una certa manera anomenada Gilbreath Shuffle, les cartes es barregen, sí, però mirant les cartes per parelles queden restes d'informació de la disposició prèvia! A continuació, un tarot ens explica la relació de les cartes amb l'any i novament barreja i ens prediu el nostre futur fent un rànquing de com ens anirà a cadascú cada estació de l'any. Aquest cas és més sorprenent, perquè tot i barrejar les cartes, cada paquet de quatre cartes que treu en té una de cada coll (simbolitzant cada estació)! Amb tot això ja podem acabar de completar la nostra investigació sobre les permutacions de Gilbreath profunditzant en idees fortes de les matemàtiques com és el concepte de les propietats invariants. En alguns casos, segons l'edat, veiem també la relació de les permutacions de Gilbreath amb el conjunt de Mandelbrot o amb les tessellacions de Penrose.

La segona part de la tarda comença també amb l'espectacle de Menta i Lista, que són capaços d'endevinar en quin nombre estem pensant només preguntant-nos si estem o no en una sèrie de targetes plenes de nombres. Veient això ens posem a investigar. Descubrim que aquestes targetes estan basades en el binari. A partir d'aquí tenim ritmes diferents segons si sabem treballar amb la base 2 o no i això ens porta per diferents camins. Alguns aprofundim en la base 2 i altres ens dediquem a crear aquest mateix truc, però amb base 3. Com ho farem si la base 3 ja no consisteix en sí o no? Seguim l'aventura amb uns relleus de salts binaris en què hem d'aturar una estranya màquina... que resulta que és una màquina de *Exploding Dots* binaris (consultar James Tanton)! Amb això tenim una nova perspectiva del que és la base 2 i ja ens podem enfrontar a una última prova: el problema de Josephus. Aquest problema, que sovint es fa a paper, el fem amb persones i amb una història infernal. Bàsicament, consisteix a poder predir qui se salvarà si ens posem en rotllana i ens anem



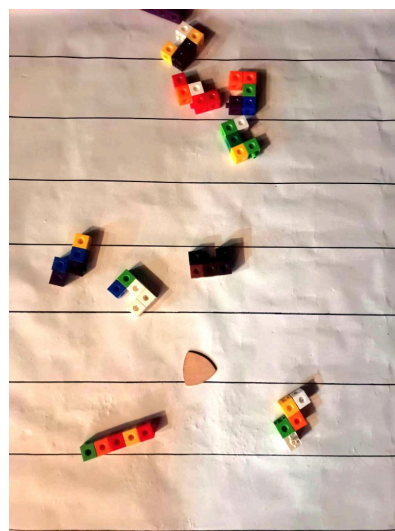
“matant” seguint un cert algoritme concret. Fent diverses rondes del joc descobrim que les potències de 2 juguen un paper molt important i que, per tant, el binari potser també! I en efecte, inesperadament, la solució al problema és bellíssima: per saber qui se salvarà, escrivim en binari la quantitat de gent que som, al nombre que tenim li traiem la primera xifra i la posem al final i aquest nombre resulta ser la posició inicial de la persona que se salvarà! Màgic!!!

Posem fi a la tarda amb un sopar màgic boig. Cada infant té unes instruccions a seguir durant el sopar que faran que aquest àpat sigui ben delirant! A més, com a tots els àpats, comencem cantant cançons matemàtiques: el gegant número pi, el gegant dels nombres irracionals, moltes mates o la balada de Bing i Boing entre altres.



La nit consisteix en un AntiCasino! Una activitat que tots els infants esperen i que es renova any a any. L'AntiCasino és una espècie de casino en què els crupiers, conscients de la maldat del casino, modifiquen les proves per tal que, si trobes una bona estratègia, puguis tenir esperança positiva i així acabar enderrocant el casino. En aquesta edició es tracta d'un PandiCasino fet pels pandes i les

noves proves són de probabilitat geomètrica a partir de variacions del problema de l'Agulla de Buffon o el joc de la morra amb restriccions entre altres. Passem una gran nit d'emocions matemàtiques en què cooperem i pensem alhora que ens divertim! És genial seguir veient l'evolució dels infants jugant a l'AntiCasino: segons l'edat i, sobretot, segons la quantitat de vegades que hi hagin jugat, la seva relació amb el joc evoluciona deixant de banda aspectes que semblarien ludòpates per endinsar-se en les matemàtiques del joc i la cooperació per passar una gran nit sense que ningú s'arruïni. Finalment, després de molt pensar en probabilitats, acabem fent saltar la banca, cosa que per un seguit d'esdeveniments acaba provocant que els pandes perdin el poder i aconseguim la vareta de saüc.

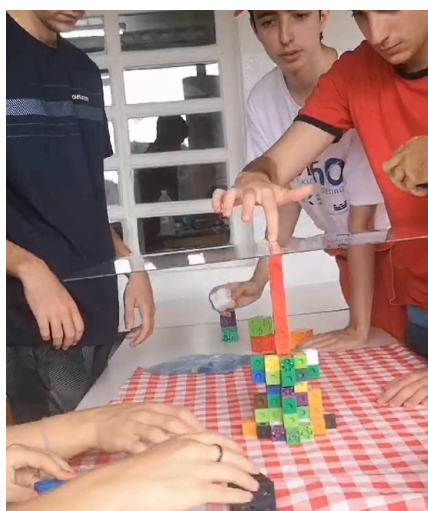


La nit conclou amb el gran encanteri d'Albus Doubleboing que amb la força de tots els participants, la vareta de saüc i el poder del foc acaba amb la bombolla de quasicristalls quasiindestructibles. Ja en pau, ens disposem a reflexionar sobre l'AntiCasino, la problemàtica social que envolta els casinos i la responsabilitat que tenim com a amants de les matemàtiques. També reflexionem sobre les colònies que vivim mentre un foc central de colors màgics ens obre les ànimes. Com ens sentim en aquest espai? Com ens sentim podent compartir el nostre amor per les matemàtiques? Pensem i reflexionem sobre les matemàtiques, fer matemàtiques i compartir-les. La nova família matemàtica està enfortint els seus llaços.

Tercer dia

Ens despertem ballant el tradicional ball de funcions! Aquest no pot faltar a la festa! Esmorzem i gaudim de les converses. Sembla que fa setmanes que estem aquí. Tot és molt intens.

Ara el problema dels pandes ja s'ha arreglat, però resulta que havien fet una última malifeta:



van buidar de paraules el llibre de les paraules màgiques! Per sort, encara ens queden alguns detectors de paraules màgiques. No són fàcils d'utilitzar, però ho aconseguirem. Es tracta de plaques sobre les quals es poden escriure lletres amb un seguit de condicions. Si les posem bé i aconseguim que la placa s'aguanti en equilibri sobre el seu punt central, sabrem que estem escrivint una paraula màgica! Però alerta, les lletres pesen. Aquest problema ens planteja molts reptes: hem de descobrir el que és el centre de masses, hem de treballar amb vectors i hem de

treballar amb les propietats dels grafs que generen les nostres paraules. Moltes coses noves! Però ho aconseguim! Això ens porta a investigar també el centre de gravetat dels triangles (un centre ben interessant!) i a continuació el de quadrilàters i altres polígons! Trobem tècniques geomètriques per resoldre el problema per polígons de pocs costats i tècniques físiques per polígons molt irregulars.

També alguns passem pel problema de la pila de llibres infinita: apilant llibres un a sobre l'altre a una taula, cadascun una mica més enllà que l'anterior... com de lluny de la taula podrem arribar? Els policubs i el centre de masses ens porten a descobrir la sèrie harmònica, precios! Alguns altres, en canvi, indaguem en el centre de masses en tres dimensions fent ocells equilibristes o descobrint que si tenim un tupper de pasta bolognesa, sempre hi haurà un tall recte que ens dividirà el tupper en dues parts amb la mateixa quantitat de pasta, salsa de tomàquet i carn! Per què?



Amb tot això ha arribat l'hora de l'últim dinar. Últimes cançons i converses abans de fer la valoració final de les colònies. Pas per pas, activitat per activitat i de manera exhaustiva: què ens ha agradat? Què no? Com canviaríem les colònies? Ho posem en eixos per poder acabar tenint un punt: el centre de masses que determina la valoració final de les colònies.

Amb tot, podem dir que novament han estat unes grans colònies! Els infants han gaudit de les matemàtiques i d'estar en un entorn profundament matemàtic. La màgia del Campus Cangur ha tornat a aflorar fent que molts infants trobin un espai on poder compartir les seves passions matemàtiques sense vergonyes ni complexos. Converses úniques per cada racó de la casa i tot el temps del món per fer matemàtiques. Aquesta vegada la màgia ha estat el vehicle que ha permès treballar molts conceptes matemàtics (geometria, grafs, probabilitat, aritmètica i més), però sobretot les grans idees de les matemàtiques: fer-nos preguntes matemàtiques, tenir una actitud matemàtica davant dels problemes, tenir una mirada matemàtica a la vida i estimar les matemàtiques tant per la seva utilitat com per la seva bellesa.